Capítulo 7

El campo magnético

Hasta aquí se han estudiado algunos conceptos básicos del electromagnetismo y, en particular, aquellos que tienen que ver con la presencia de campos eléctricos. Hemos aprendido a calcular el campo eléctrico generado por cargas puntuales y por distribuciones de carga específicas; así mismo, se han estudiado conceptos como potencial eléctrico, diferencia de potencial y algunos elementos de circuito, idealizados y de parámetros concentrados en lo cuales se suponen concentrados fenómenos electromagnéticos tales como el almacenamiento de energía en el campo eléctrico (capacitancia), la conversión de energía eléctrica en calor (resistencia) y la conversión de cualquier tipo de energía en energía eléctrica (fuentes de fem). A continuación se iniciará el estudio del campo magnético y todos los conceptos asociados al mismo.

7.1. Definición y propiedades del campo magnético

En un capítulo anterior se definió el vector de campo eléctrico $\vec{E}$ en un punto cualquiera del espacio en términos de la fuerza eléctrica que experimenta una carga de prueba colocada en ese punto por unidad de carga: $\vec{E} = \frac{\vec{F_E}}{q}$. Considerando lo anterior y procediendo de manera análoga, es posible definir el vector de campo magnético $\vec{B}$, en un punto dado del espacio, en términos de la fuerza magnética $\vec{F_B}$ que experimenta una partícula de prueba cargada que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ a través de un campo magnético. Ahora bien, para ello es necesario enumerar los resultados de un conjunto de experimentos realizados entre los siglos XVIII y XIX sobre partículas cargadas eléctricamente que se desplazan a través de un campo magnético, los cuales condujeron a establecer las ecuaciones que definen operacionalmente el campo magnético:

1. La fuerza magnética $\vec{F_B}$ experimentada por una partícula que se mueve a través de un campo magnético $\vec{B}$ es proporcional a la carga q de la partícula y a su velocidad $\vec{v}$.

2. La magnitud y dirección de la fuerza magnética $\vec{F_B}$ depende de la velocidad $\vec{v}$ de la partícula y de la magnitud y dirección del campo magnético $\vec{B}$.

3. Cuando una partícula se mueve en dirección paralela al vector de campo magnético $\vec{B}$, la fuerza magnética $\vec{F_B}$ sobre la partícula cargada es cero.

4. Cuando la velocidad $\vec{v}$ de la partícula forma un ángulo θ con el campo magnético $\vec{B}$, la fuerza magnética $\vec{F_B}$ actúa en dirección perpendicular tanto a la velocidad $\vec{v}$ de la partícula como al vector de campo magnético $\vec{B}$.

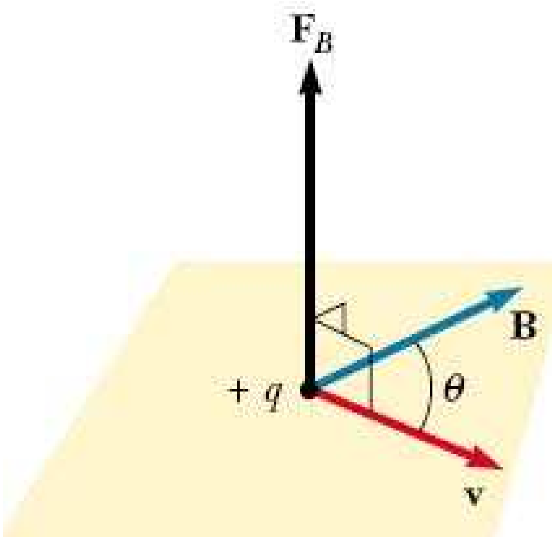

Figura 7.1: la fuerza magnética $\vec{F_B}$ es perpendicular tanto al vector velocidad $\vec{v}$ como al vector de campo magnético $\vec{B}$.

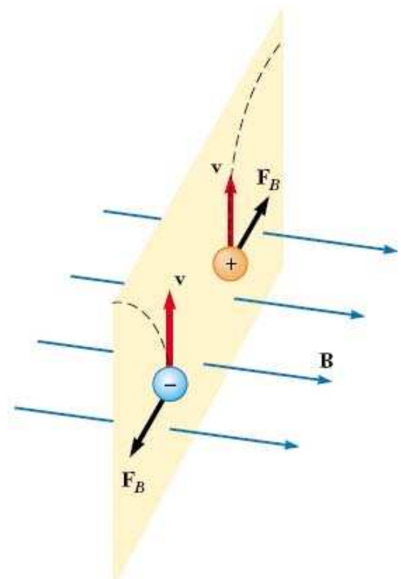

Figura 7.2: la fuerza magnética $\vec{F_B}$ tiene dirección opuesta sobre cargas de signo contrario que se mueven en la misma dirección dentro de un campo magnético.

5. La fuerza magnética $\vec{F_B}$ sobre una carga positiva q, tiene sentido opuesto a la fuerza magnética $\vec{F_B}$ que actúa sobre una carga negativa que se mueva en la misma dirección.

6. Si el vector velocidad $\vec{v}$ forma un ángulo θ con respecto al campo magnético $\vec{B}$, la magnitud de la fuerza magnética $\vec{F_B}$ es proporcional al $\sin\theta$.

Ahora bien, teniendo en cuenta los resultados anteriores y realizando el análisis respectivo, es posible establecer que, operacionalmente, la fuerza magnética $\vec{F_B}$ sobre una partícula cargada q que se mueve a través de un campo magnético $\vec{B}$ está definida como:

$$\vec{F_B} = q\vec{v} \times \vec{B} \tag{7.1}$$

Es necesario precisar que para definir la dirección de la fuerza magnética, se hace uso de la regla de la mano derecha la cual establece que para la ecuación (7.1) se ubican los dedos de la mano derecha en dirección del vector velocidad $\vec{v}$ y se cierra la mano girando los dedos desde el vector de velocidad hacia el vector de campo magnético $\vec{B}$, la dirección indicada por el dedo pulgar será la dirección de la fuerza magnética $\vec{F_B}$, tal y como lo muestra la figura 7.3.

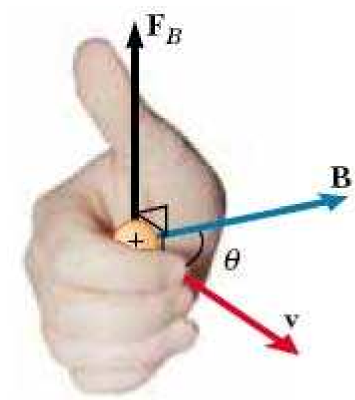

Figura 7.3: la regla de la mano derecha permite definir con claridad la dirección de la fuerza magnética $\vec{F_B}$.

Aparte de lo mostrado en la figura del lado izquierdo, también es muy conveniente recordar lo que tiene que ver con el producto vectorial y, en concreto, con la magnitud de este producto. De lo visto en el curso de física I, se puede verificar que si se tienen dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, la magnitud del producto vectorial de estos dos vectores definida como $|\vec{A} \times \vec{B}|$ está dada como: $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}| \sin\theta$. Así las cosas es sencillo verificar que la magnitud de la fuerza magnética $|\vec{F_B}|$ queda definida como:

$$|\vec{F_B}| = |\vec{v}||\vec{B}| \sin\theta \qquad (7.2)$$

Diferencias entre fuerzas magnéticas y fuerzas eléctricas

- La fuerza eléctrica siempre está en la misma dirección del campo eléctrico, mientras que la fuerza magnética $\vec{F_B}$ es perpendicular al campo magnético $\vec{B}$.
- La fuerza eléctrica actúa sobre una partícula cargada eléctricamente independiente de la velocidad de la misma, mientras que la fuerza magnética actúa sólo cuando las partículas cargadas se encuentran en movimiento.
- La fuerza eléctrica realiza trabajo al desplazar una partícula cargada, mientras que la fuerza magnética asociada a un campo magnético estacionario no realiza trabajo sobre la partícula que se encuentra en movimiento a través del campo.

Unidades de campo magnético

La unidad básica para el campo magnético $\vec{B}$ en el Sistema Internacional es el Tesla, el cual está definido como la magnitud del campo magnético para la cual una carga eléctrica de un coulomb que se mueve con una velocidad de 1 m/s dentro de ese campo, experimenta una fuerza de 1 newton.

$$[B] = [T] \implies [T] = \frac{wb}{m^2} \implies [T] = \frac{N*s}{C*m} \implies [T] = \frac{N}{A*m}$$

7.2. Fuerza sobre un conductor que lleva corriente

Teniendo en cuenta lo estudiado en el numeral anterior, resulta evidente que si se ejerce una fuerza magnética sobre una partícula cargada que se mueve a través de un campo magnético, un conductor que lleva una corriente eléectrica i también experimente una fuerza magnética cuando se encuentra dentro de la influencia de un campo magnético.

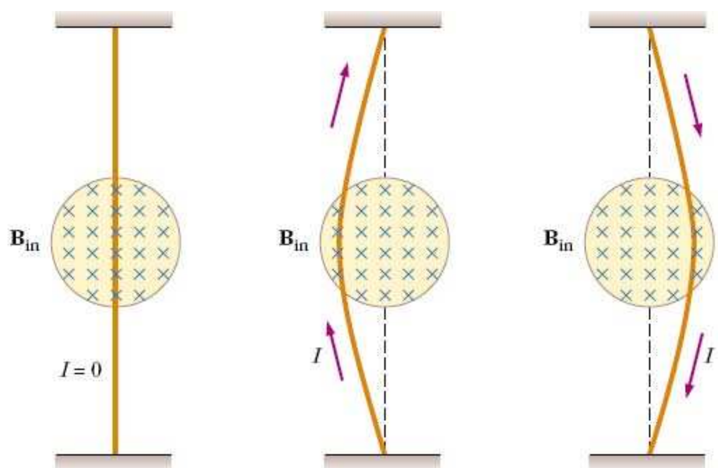

Figura 7.4: en la figura se muestran varios estados de un conductor que lleva una corriente eléctrica I y que se encuentra sumergido dentro de un campo eléctrico $\vec{B}$ cuya dirección es entrando a la hoja.

En la figura 7.4 se puede notar con claridad que en el conductor de la izquierda, dado que no hay corriente, es decir, cargas en movimiento, no se ve sometido a ninguna fuerza magnética y por lo tanto permanece indeformable. Para el conductor del centro la situación es diferente, allí existe una corriente que circula a través del conductor y, por lo tanto, el conductor se ve sometido a una fuerza magnética que, de acuerdo con la regla de la mano derecha, está dirigida hacia la izquierda. Por último, para el conductor de la derecha, dado que la corriente circula en sentido contrario, la fuerza magnética a la cual se ve sometido el conductor está dirigida hacia la derecha.

Ahora bien, para cuantificar esta fuerza magnética es necesario considerar un segmento de conductor recto como el mostrado en la figura 7.5, el cual se encuentra sumergido dentro de un campo magnético $\vec{B}$. En esta figura se muestra una carga q que se mueve a lo largo del segmento de conductor sumergido dentro del campo magnético $\vec{B}$ y se conoce, del numeral anterior, que la fuerza magnética $\vec{F_B}$ experimentada por esta carga está dada, de acuerdo con la ecuación 7.1 por:

$$\vec{F_B} = q\vec{v_d} \times \vec{B}$$

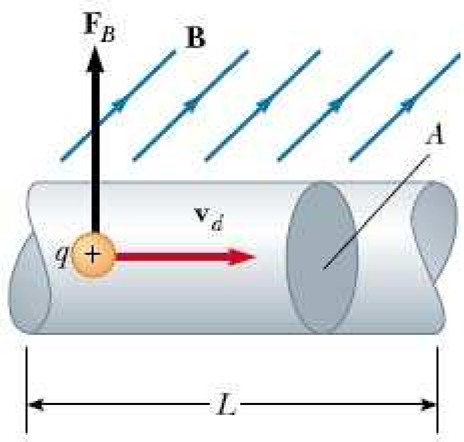

Figura 7.5: carga q moviéndose con una velocidad v_d a lo largo de un segmento de conductor recto que se encuentra sumergido dentro de un campo magnético $\vec{B}$.

Ahora bien, la fuerza de ese portador se transmite a todo el alambre a través de choques atómicos. Para determinar la fuerza magnética total que actúa sobre el alambre, es necesario multiplicar la fuerza sobre una única carga a través del conductor por el numero de cargas total del segmento de conductor:

$$\vec{F_B} = (q\vec{v_d} \times \vec{B})nAl \tag{7.3}$$

Donde n es el número de cargas por unidad de volumen en el conductor, A es el área de la sección transversal del conductor y l es la longitud del conductor. Dado que $i = nAv_dq$, entonces:

$$\vec{F_B} = (i\vec{l} \times \vec{B}) \tag{7.4}$$

En la ecuación 7.4, $\vec{l}$ es un vector que tiene la dirección de la corriente e i es la corriente a través del conductor. Cabe aclarar que esta ecuación sólo se aplica a conductores rectos.

Ahora considérese un alambre conductor de forma arbitraria y de sección transversal uniforme que se encuentra sumergido dentro de un campo magnético externo como lo muestra la figura 7.6.

De acuerdo con la figura mostrada, la fuerza magnética sobre cualquier pequeño segmento $d\vec{l}$ del conductor está dada por:

$$d\vec{F_B} = Id\vec{l} \times \vec{B} \tag{7.5}$$

Entonces, si lo que se pretende es encontrar la fuerza magnética total $\vec{F_B}$ sobre el alambre conductor, se hace necesario realizar una integral sobre toda la longitud del mismo:

$$\vec{F_B} = \int_a^b (Id\vec{l} \times \vec{B}) \tag{7.6}$$

En la ecuación 7.6, a y b representan los extremos inicial y final del alambre conductor.

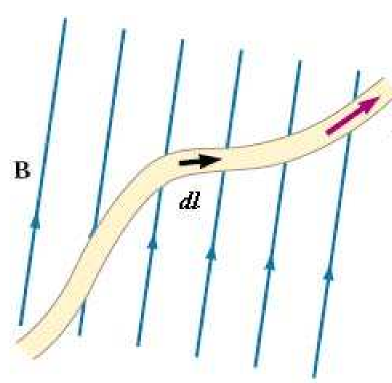

Figura 7.6: conductor de forma arbitraria que lleva una corriente I y que se encuentra sumergido dentro de un campo magnético $\vec{B}$.

Ahora bien, dependiendo de la forma del alambre conductor puede suceder que cuando se lleva a cabo el proceso de integración, la magnitud del campo magnético $\vec{B}$ y la dirección del mismo cambien a lo largo del conductor respecto del vector diferencial $\vec{dl}$.

Restringiendo un poco la situación, se puede considerar que se trata de un alambre conductor sumergido dentro de un campo magnético $\vec{B}$ uniforme, dada esta circunstancia, se podrían presentar dos situaciones:

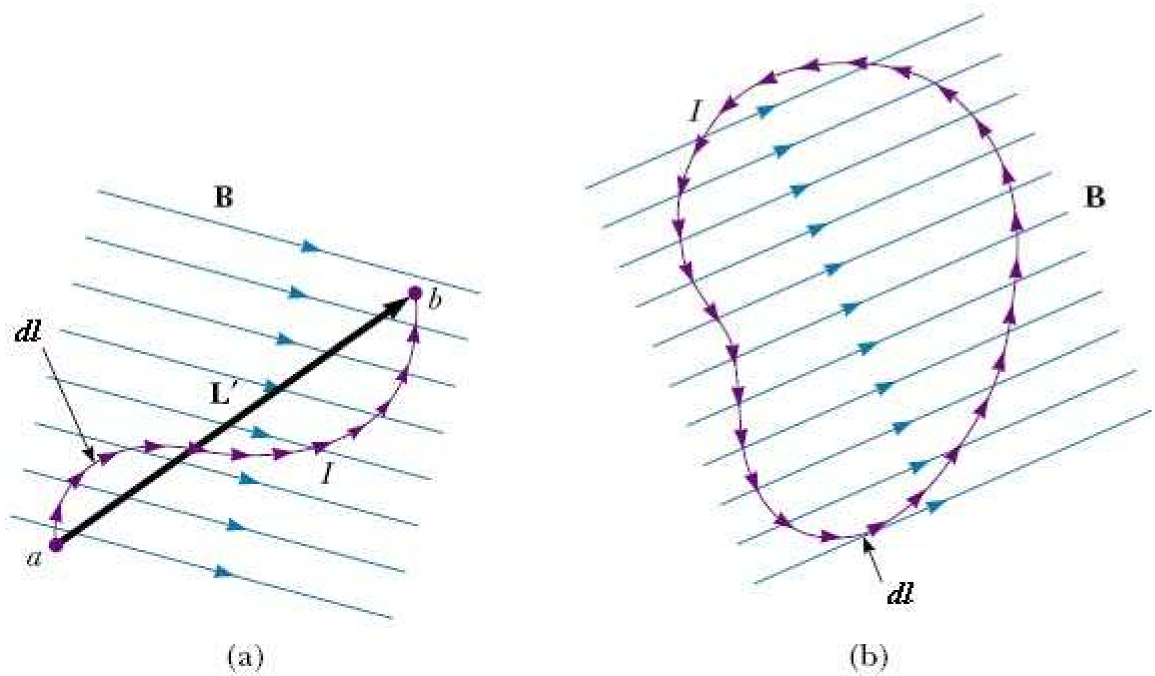

Figura 7.7: la figura 7.7(a) muestra el caso en el cual el alambre conductor tiene forma arbitraria pero se encuentra abierto y la figura 7.7(b) muestra el caso en el cual se trata de un alambre conductor cerrado.

Para la figura 7.7(a), dada la condición de que se trata de un alambre conductor que transporta una corriente I y se encuentra dentro de un campo magnético uniforme, la ecuación 7.6 puede ser expresada como:

$$\vec{F_B} = I(\int_a^b \vec{dl}) \times \vec{B}$$

Con lo cual el asunto se reduce a resolver la integral de línea a lo largo de la longitud del alambre conductor, con lo cual se obtiene que:

$$\vec{F_B} = IL' \times \vec{B}$$

En el caso de la figura 7.7(b), haciendo un análisis similar al anterior se tiene que:

$$\vec{F_B} = I(\oint_a^b d\vec{l}) \times \vec{B}$$

En este caso, dado que se trata de una integral de línea a lo largo de una trayectoria cerrada y que el valor de esa integral es cero, se llega fácilmente a la siguiente conclusión:

La fuerza magnética total $\vec{F_B}$ sobre cualquier espira cerrada de corriente en un campo magnético externo uniforme es igual a **cero**.

7.3. Momento sobre una espira de corriente

En el numeral anterior se estudió que sobre un alambre conductor que lleva corriente y el cual se encuentra sumergido dentro de un campo magnético se ejerce una fuerza de naturaleza magnética. A continuación se verificará que si se tiene una espira a través de la cual circula una corriente eléctrica y ésta se encuentra dentro de un campo magnético, tal espira se verá sometida a un momento de torsión o torque.

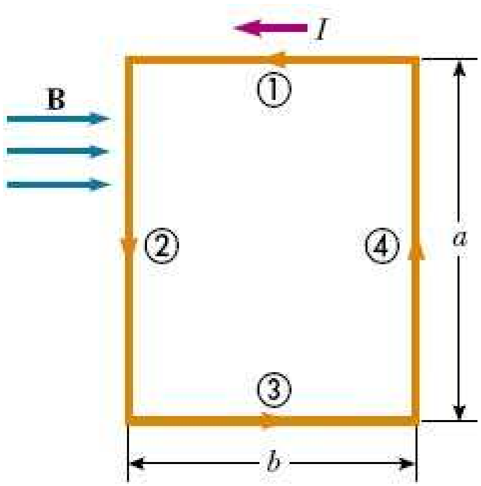

Figura 7.8: espira rectangular que lleva una corriente eléctrica I y que se encuentra sumergida dentro de un campo magnético uniforme $\vec{B}$.

En la figura se muestra una espira rectangular dentro de un campo magnético $\vec{B}$ que es paralelo al plano de la espira; tal como se estudió en el numeral anterior, la fuerza magnética sobre los lados de la espira están dados por:

$$\vec{F_B} = (i\vec{l} \times \vec{B})$$

Así las cosas, es fácil darse cuenta que sobre lados de longitud b de la espira no hay fuerza magnética, mientras que sobre los lados de longitud a sí aparece una fuerza magnética que está dada por:

$$|\vec{F_{B1}}| = |\vec{F_{B2}}| = Ia|\vec{B}| \sin 90^o$$
$$|\vec{F_{B1}}| = |\vec{F_{B2}}| = IaB$$

Ahora bien, verificando la dirección de las fuerzas se encuentra que la del lado izquierdo tiene una dirección hacia fuera de la hoja, mientras que la del lado derecho de la espira tiene dirección hacia adentro de la hoja tal y como lo muestra la figura 7.9. De acuerdo con lo anterior se puede notar de manera sencilla que fuerzas producen un momento torsor alrededor del punto medio de la espira.

Ahora bien, verificando la dirección de las fuerzas se encuentra que la del lado izquierdo tiene una dirección hacia fuera de la hoja, mientras que la del lado derecho de la espira tiene dirección hacia adentro de la hoja tal y como lo muestra la figura 7.9. De acuerdo con lo anterior se puede notar de manera sencilla que fuerzas producen un momento torsor alrededor del punto medio de la espira.

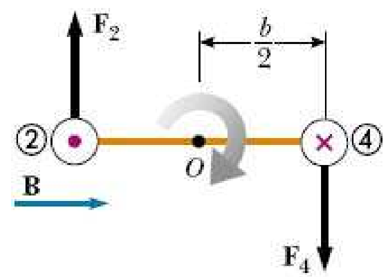

Figura 7.9: fuerzas magnéticas que actúan sobre la espira.

La magnitud de este momento de torsión será entonces:

$$\tau = |\vec{F_{B1}}| * \tfrac{b}{2} + |\vec{F_{B2}}| * \tfrac{b}{2} \implies \tau = \tfrac{b}{2}IaB + \tfrac{b}{2}IaB$$

De tal forma que:

$$\tau_{max} = IbaB \implies \tau_{max} = IAB \tag{7.7}$$

Si ahora se supone que el campo magnético $\vec{B}$ no es paralelo al plano de la espira sino que presenta un ángulo cualquiera θ, es posible generalizar el resultado anterior y obtener:

$$\tau = IAB \sin\theta$$

Donde θ es el ángulo que forma el vector $\vec{A}$ que es perpendicular al plano de la espira con el vector de campo magnético.

De tal forma que la ecuación general del momento de torsión para una espira de corriente sumergida en un campo magnético $\vec{B}$ será:

$$\tau = I\vec{A} \times \vec{B} \tag{7.8}$$

En la ecuación 7.8, $\vec{A}$ es un vector perpendicular al plano de la espira cuya dirección está definida por la regla de la mano derecha en relación con la circulación de la corriente y la magnitud de este vector es el área de la espira.

7.4. Efecto Hall

Edwin Herbert Hall, físico estadounidense, en 1879, mientras trabajaba en su tesis doctoral de física, descubrió que cuando un conductor lleva una corriente eléctrica y se coloca dentro de un campo magnético, se genera un voltaje en los extremos del conductor que son perpendiculares, tanto a la dirección de la corriente como al campo magnético.

Ahora bien, esta observación conocida como ***Efecto hall***, es debida a la desviación de los portadores de carga hacia uno de los extremos del conductor como resultado de la fuerza magnética que actúa sobre los portadores de carga tal y como lo muestra la figura 7.10.

En la figura 7.10 se muestra un conductor laminar que lleva una corriente I en dirección x y que se encuentra sumergido dentro de un campo magnético $\vec{B}$ que está en dirección y. Si se considera que los portadores de carga positiva se mueven en la direción mostrada con una velocidad v_d, se puede notar que estos portadores de carga experimentan una fuerza magnética $\vec{F_B}$ hacia arriba. Esta fuerza hace que los portadores de carga se desvien hacia la parte superior del conductor laminar induciendo un exceso de carga positiva en la parte superior del conductor. Lo propio sucederá con los portadores de carga negativa pero , esta vez, en la parte inferior del conductor. La carga eléctrica se seguirá acumulando hasta que el campo eléctrico producido, como efecto precisamente de esta acumulación de cargas, equilibre la fuerza magnética que actúa sobre los portadores de carga. De la misma forma, aparecerá un voltaje o diferencia de potencial entre los extremos superior e inferior del conductor. Así mismo, si se considera que la fuerza magnética es equilibrada por la fuerza eléctrica producto del campo eléctrico generado E_H, entonces se tendrá:

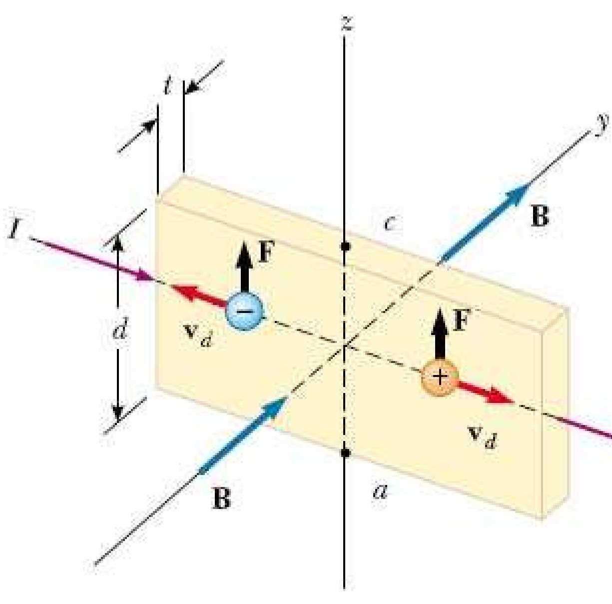

Figura 7.10: efecto hall en un conductor que lleva una corriente I y que se encuentra dentro de un campo magnético $\vec{B}$.

$$qv_dB = qE_H \implies E_H = v_dB \quad (7.9)$$

Es decir, el ***campo Hall***, en magnitud, está dado por el producto de la magnitud de la velocidad de los portadores de carga $|\vec{v_d}|$ y la magnitud del campo magnético $|\vec{B}|$.

Ahora bien, dada la acumulación de cargas en los extremos del conductor y la presencia de un campo eléctrico, también aparecerá, tal y como lo muestra la figura 7.11, una diferencia de potencial o voltaje denominado ***voltaje Hall*** (v_H). Considerando que el ancho del conductor laminar es d, como lo muestra la figura 7.10, el voltaje medido en el voltímetro mostrado en la figura 9.11 está dado por:

que haciendo sustituciones se obtiene que:

$$v_H = E_H d \implies v_H = v_d B d \quad (7.10)$$

Del numeral 7.2 y de la ecuación 7.3, se tiene que $i = nAv_d q$ y por lo tanto la ecuación 7.10 se convierte en:

$$v_d = \frac{i}{nAq}$$

Donde A es el área de la sección transversal del conductor, de tal forma

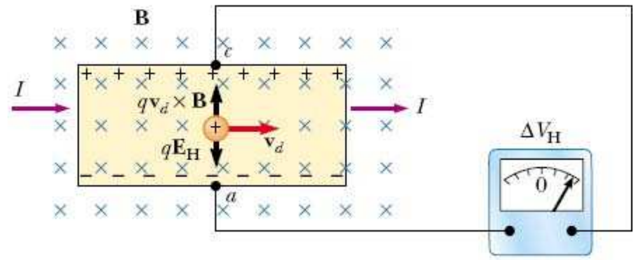

Figura 7.11: medición del ***voltaje Hall*** que aparece en los extremos del conductor como producto de la acumulación de cargas.

$$v_H = \frac{iBd}{nAq}$$

Y dado que $A = wd$, se puede reescribir la ecuación anterior como:

$$v_H = \frac{iB}{nqw} \tag{7.11}$$

7.5. Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético

Ya se ha estudiado que la fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada que se mueve dentro de un campo magnético siempre es perpendicular a la velocidad de la partícula. Teniendo en consideración esto, ¿cuál es el trabajo que ejerce la fuerza magnética sobre la partícula?

La respuesta a esta pregunta es sencilla, pues dado que la fuerza magnética es siempre perpendicular a la velocidad de la partícula, entonces también será perpendicular al desplazamiento y por lo tanto:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \implies W = Fd\cos 90^{o} \implies W = 0$$

De acuerdo con lo anterior, se puede afirmar que:

Un campo magnético estático cambia la dirección de la velocidad pero no afecta la rapidez o la energía cinética de una partícula cargada que se mueve en su interior.

La ecuación 7.12 determina el radio de giro de la partícula. De igual forma y recordando un poco lo visto en física I acerca de la dinámica rotacional, se puede establecer que la

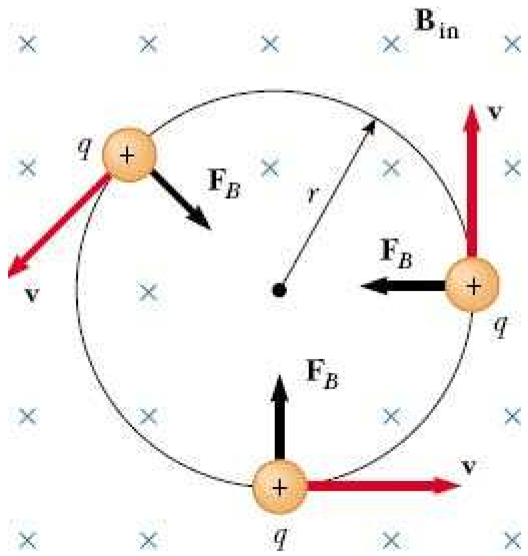

Figura 7.12: partícula cargada que se mueve de manera perpendicular a un campo magnético .

En la figura 7.12 se muestra una partícula de carga positiva que se mueve dentro de un campo magnético externo y cuya velocidad inicial es perpendicular al campo magnético. Allí se muestran varios instantes del movimiento de la partícula y se nota que la fuerza magnética $\vec{F_B}$ hace que la partícula cambie su dirección. Esta fuerza, llamada ***fuerza centrípeta*** sólo cambia la dirección de la velocidad de la partícula pero no su magnitud. De esta forma se puede obtener lo siguiente:

$$F = qvB \Longrightarrow \; m\tfrac{v^2}{r} = qvB$$

$$r = \frac{mv}{qB} \tag{7.12}$$

velocidad angular de la partícula es:

$$v = r\omega \Longrightarrow \; \omega = \frac{v}{r} \Longrightarrow \; \omega = \frac{\frac{v}{1}}{\frac{mv}{qB}} \Longrightarrow \; \omega = \frac{qB}{m} \tag{7.13}$$

De forma similar, el periodo T del movimiento de la partícula, definido como $\dfrac{x}{v}$, será:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Longrightarrow \; T = \frac{2\pi r}{\omega r} \Longrightarrow \; T = \frac{\frac{2\pi}{1}}{\frac{qB}{m}} \Longrightarrow \; T = \frac{2\pi m}{qB} \tag{7.14}$$