Capítulo 4

Potencial eléctrico

En los capítulos estudiados anteriormente se han verificado varias formas de calcular el campo eléctrico; dado que el campo eléctrico $\vec{E}$ es una magnitud vectorial, se dan algunos casos para los cuales este cálculo se dificulta. No obstante, también es posible encontrar la intensidad de campo eléctrico $|\vec{E}|$ por medio de una magnitud escalar denominada ***potencial eléctrico***. De forma similar a como se estudió en física I y se dió explicación a ciertos fenómenos físicos en los cuales intervienen fuerzas gravitacionales introduciendo el concepto de energía potencial gravitacional, en este capítulo se introducirá un concepto que ofrece una manera más simple de describir los fenómenos electrostáticos asociados a los campos eléctricos y que permite el cálculo de los mismos.

4.1. Potencial eléctrico

Supógase un campo eléctrico $\vec{E}$ como el mostrado en la figura 4.1; considérese además que dentro del campo eléctrico mencionado se coloca una carga de prueba q_0. Ahora, como ya se ha estudiado, la fuerza eléctrica $\vec{F_e}$ que experimenta la carga de prueba debido a un campo eléctrico está dada por $\vec{F_e} = q_0\vec{E}$. Si en la figura 4.1 se supone que existe más de una carga que generan campo eléctrico, entonces la fuerza eléctrica total que experimenta la carga de prueba es simplemente la suma vectorial de todas fuerzas ocasionadas por los diferentes campos.

Bien, ahora supóngase que se desea mover la carga de prueba desde el punto a hasta el punto b a través del campo eléctrico. Resulta evidente que para que la carga se desplace desde a hasta b se requiere realizar un trabajo sobre la carga. Si se considera un desplazamiento infinitesimal $d\vec{s}$, el trabajo realizado será:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \implies dW = q_0\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Ahora, si se considera un campo en el cual el trabajo realizado para mover una partícula a través de una trayectoria cerrada cualquiera es cero, entonces se dice que este campo es conservativo. De acuerdo con lo anterior y recordando un poco lo estudiado en el curso de física I, es posible decir que el trabajo efectuado para mover una partícula dentro de un campo conservativo, es igual al valor negativo del cambio en la energía potencial.

$$dU = -dW \implies dU = -q_0\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

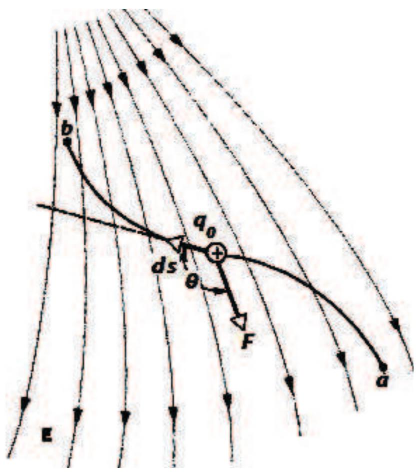

Figura 4.1: carga de prueba q_0 ubicada dentro de un campo eléctrico $\vec{E}$ la cual experimenta la acción de una fueza eléctrica $\vec{F_e}$.

Entonces, para un desplazamiento finito de la carga de prueba entre los puntos a y b, el cambio en la energía potencial será:

$$U_b - U_a = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad (4.1)$$

De acuerdo con la figura 4.1, para llevar la carga de prueba positiva q_0 desde el punto a al punto b es necesario realizar un trabajo que está dado por W_{ab}:

$$W_{ab} = \int_a^b q_0\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Se tiene entonces que la diferencia de potencial entre los puntos a y b especificada como $V_b - V_a$ se define como el cambio en la energía potencial dividido entre la carga de prueba $\Delta U/q_0$, de tal forma que:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad (4.2)$$

Así, la diferencia de potencial entre los puntos a y b, denotada como $V_b - V_a$, se define como el trabajo por unidad de carga que debe realizar un agente externo para mover la carga de prueba de a hasta b. Dado que el trabajo realizado para llevar la carga de prueba de un punto a otro puede ser positivo, negativo o cero; la diferencia de potencial puede ser también positiva, negativa o cero.

Las unidades de potencial eléctrico serán entonces:

$$[V] = \frac{[joules]}{[Coulomb]} \implies [V] = \frac{[J]}{[C]} \implies [V] = [Voltio]$$

De esta forma, existe una diferencia de potencial de un voltio entre dos puntos cuando se hace un trabajo de un Joule al llevar una carga de un Coulomb entre dichos puntos.

Superficies equipotenciales

La figura 4.2 muestra una esfera metálica cargada. Si se coloca una carga de prueba q_0 sobre la superficie S_3 en diferentes puntos de la misma, resulta evi-dente que la fuerza que experimenta la carga está definida como $q_0\vec{E}$ para cualquier punto sobre esa superficie. Ahora bien, si se lleva una carga de prueba q_0 desde un punto cualquiera a cualquier punto sobre la superficie S_3, se puede verificar que el trabajo realizado para hacerlo es el mismo para diferentes puntos.

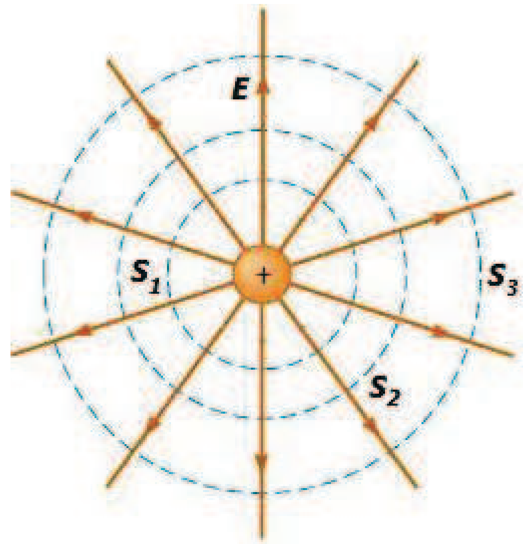

Figura 4.2: conjunto de superficies equipotenciales S_1, S_2 y S_3.

Lo anterior permite concluir que la región del espacio para la cual los puntos sobre esa región tienen igual potencial eléctrico se denomina región equipotencial.

Así, la diferencia de potencial entre dos puntos que se encuentran en la misma región equipotencial es igual a cero, es decir, el trabajo que se debe realizar para llevar una carga de prueba entre dos puntos en una región equipotencial es cero.

4.2. Potencial eléctrico debido a una carga puntual

Uno de los casos más simples para el cálculo del potencial eléctrico es el que se da para cargas puntuales. Aquí se desarrollará un método general para el cálculo de potenciales eléctricos que consistirá primero en el cálculo del campo eléctrico $\vec{E}$ y luego en efectuar la integral de línea entre los puntos para los cuales se desea conocer la diferencia de potencial.

Inicialmente considérese una carga puntual q que genera un campo eléctrico $\vec{E}$. El campo eléctrico generado por la carga puntual q está dado por:

$$\vec{E} = \vec{F}/q_0 \implies \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{qq_0}{r^2q_0}\ \hat{e_r} \implies \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{e_r}$$

Ahora bien, como lo que se pretende es calcular la diferencia de potencial eléctrico entre los puntos A y B, entonces:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

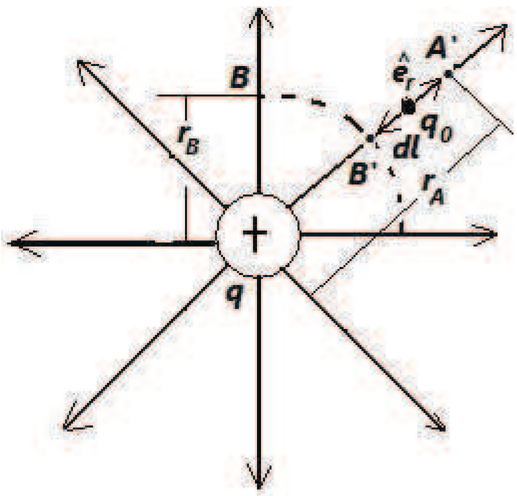

Figura 4.3: carga q que genera un campo eléctrico $\vec{E}$ y una carga de prueba q_0 que se mueve del punto A' al punto B a través de ese campo.

Bien, de acuerdo con la figura de la izquierda, el trabajo por unidad de carga realizado para mover la carga de prueba q_0 desde el punto A' al punto B es el mismo que se realiza para mover dicha carga desde A' hasta B', puesto que los puntos B y B' son puntos que se encuentran sobre una superficie equipotencial. Así las cosas, entonces:

$$V_B - V_A = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\ \hat{e_r} \cdot d\vec{l}$$

$$V_B - V_A = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{\hat{e_r} \cdot d\vec{l}}{r^2}$$

Dado que los vectores $\hat{e_r}$ y $d\vec{l}$ forman entre sí un ángulo de 180^o, entonces:

$$\hat{e_r} \cdot d\vec{l} = -dl$$

Puesto que el diferencial de radio dr disminuye conforme el diferencial dl aumenta, se tiene que $dl = -dr$ y por lo tanto:

$$V_B - V_A = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} \implies V_B - V_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} [\tfrac{1}{r}]_{r_A}^{r_B}$$

De esta manera se obtiene que:

$$V_B - V_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_A} \right] \qquad (4.3)$$

Si en la ecuación 4.3, r_A tiende a infinito, el potencial eléctrico en el punto A, V_A, tiende a cero y el potencial eléctrico en el punto B estará dado por:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (4.4)$$

por último, vale señalar que la ecuación 4.4, definida para calcular el potencial eléctrico de una carga puntual, también es válida para puntos externos de configuraciones de carga uniformes y esféricas.