PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
ELECTROMAGNETISMO I - TALLER 1

1. Es conocido que el campo eléctrico se puede expresar como $\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dQ}{R^3}\vec{R}$ donde $\vec{R} = R\overrightarrow{a_R}$,

   Teniendo claro que el potencial se expresa como $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dQ}{R}$. Muestre que el campo eléctrico **E** se puede obtener a partir de la expresión $\mathbf{E} = -\nabla(V)$
2. Encuentre las expresiones para la densidad energética debido al Campo Eléctrico y al campo Magnético.
3. Mencione y describa las diferentes densidades de carga comunes en el análisis de campos electromagnéticos.
4. Investigue brevemente los hechos que rodearon la aparición de la transmisión de señales a través del Aire.
5. Investigue el funcionamiento del Generador y del Motor Eléctrico.
6. Investigue acerca del funcionamiento del pararayos denominado "La punta de Franklin".
7. Investigue las diferentes enfermedades que pueden causar el contacto de los humanos con las señales electromagnéticas.
8. Obtenga la expresión paramétrica de una recta y un plano en el sistema cartesiano.
9. Presente la expresión para una esfera, un elipsoide cuyo eje mayor se oriente sobre el eje y.
10. Explique el concepto de curvas de nivel. Haga un ejemplo en el que se muestre la curva en tres dimensiones y las curvas de nivel en un diagrama de dos dimensiones.
11. Dibuje un cilindro cuya base se encuentre en el plano Z=0, (Coordenadas rectangulares) tenga un radio de 2 unidades y una longitud de 5 unidades.
12. Dibuje una esfera de radio 3 unidades en (Coordenadas espaciales).
13. Mencione en forma "lingüística", diferencial o integral, las ecuaciones de Maxwell.
14. Describa matemáticamente las operaciones vectoriales: producto escalar y producto vectorial.
15. Suponga la existencia de dos vectores **A** y **B**. Halle el ángulo entre ellos si:
    a. $\mathbf{A} = (A_1, A_2, A_3)$ y $\mathbf{B} = (B_1, B_2, B_3)$.
    b. $\mathbf{A} = (10\sqrt{3}, 10, 0)$ y $\mathbf{B} = (-10\sqrt{3}, -10, 20)$
    c. Halle el ángulo que forma cada uno los vectores del literal **b** con los ejes coordenados.
16. Halle el área del paralelogramo que se puede formar con los vectores del literal **b** del anterior punto.
17. Suponga la existencia de un nuevo vector **C**.
    a. Halle el volumen del paralelepípedo formado con los vectores **A, B, C**. Suponga $\mathbf{C} = (C_1, C_2, C_3)$
    b. Halle el volumen del paralelepípedo si $\mathbf{C} = (-5, 5, 0)$.
18. Halle lo solicitado, de ser posible, considerando los valores de **A, B, C** usados en el literal del punto 15.
    a. $(\mathbf{A} \bullet \mathbf{B}) \times \mathbf{C}$
    b. $\mathbf{A} \bullet (\mathbf{B} \times \mathbf{C})$
    c. $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \bullet \mathbf{B}$
19. Consulte la expresión e ilustre con una gráfico los siguientes teoremas:

   a. Stokes
   b. Gauss
20. Determine:
    a. el vector unitario perpendicular al plano formado por $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ y $\mathbf{B} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$.
    b. Hallar la magnitud de la proyección del vector $\mathbf{A} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ en la dirección de $\mathbf{B} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$.
    c. Hallar el valor de "***a***" de manera que los vectores $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} + a\ \mathbf{j} + \mathbf{k}$ y $\mathbf{B} = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ Sean perpendiculares.
21. Mencione una definición acertada del concepto de campo de fuerzas.
22. Dibuje las superficies constantes para cada una de las variables.
    a. En coordenadas cilíndricas:
        i. Dibuje r constante.
        ii. Dibuje z constante.
        iii. Dibuje ϕ constante
    b. En coordenadas cilíndricas
        i. Dibuje ρ constante.
        ii. Dibuje θ constante.
23. Transforme el vector $\mathbf{A} = A_\rho \hat{a}_\rho + A_\theta \hat{a}_\theta + A_\varphi \hat{a}_\varphi$ a coordenadas cilíndricas y cartesianas. Tome $A_\rho, A_\theta, A_\varphi$ como magnitudes invariantes.
24. Exprese los siguientes valores.
    a. Encuentre $\hat{a}_R \bullet \hat{a}_Z$. Exprese en esféricas.
    b. Halle $\hat{a}_Z \times \hat{a}_R$. Exprese en esféricas.
25. Exprese en coordenadas cartesianas cada valor que encuentre en los ítems.
    a. $\mathbf{A} = \rho(z^2 + 1)\ \vec{a}_\rho - \rho z \cos\varphi\ \vec{a}_\varphi$
    b. $\mathbf{B} = 2rsen\theta cos\varphi \vec{a}_r + r\cos^2\theta \vec{a}_\theta - rsen\varphi \vec{a}_\varphi$
    c. $\mathbf{F} = 2\cos\theta \hat{a}_\rho + sen\theta \hat{a}_\theta$
26. Dibuje el campo vectorial $\mathbf{F} = y\hat{a}_x + x\hat{a}_y$.
27. La expresión que se muestra a continuación define la propagación de una onda, donde v es la velocidad de la propagación.

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial F}{\partial t} = 0$$

Demuestre que la velocidad de propagación de una señal de campo eléctrico, asociada a una señal de campo electromagnético está dada por la velocidad de la luz. Use las expresiones siguientes:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Aplique rotacional a la tercera ecuación de Maxwell y recuerde que

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \bullet \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

Por otro lado, considere la propagación en el vacío, donde el divergente de campo eléctrico es nulo y la densidad de corriente es inexistente.

28. Haciendo uso de la ley de Gauss eléctrica y de la ley de Ampére-Maxwell en forma completa, muestre que la siguiente expresión es cierta.

$$\nabla \bullet \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Nota: La anterior ecuación es denominada la ecuación de continuidad. Observe que contiene distribución de carga y densidad de corriente.

Tenga en cuenta ésta expresión:

$$\nabla \bullet (\nabla \times \mathbf{B}) = 0$$

Bibliografía:

[1]. Grossman, "Algebra Lineal"

[2] Apostol, Tom. "Cálculo con funciones de varias variables y álgebra lineal". EDITORIAL REVERTE COLOMBIANA S.A., 1988.

[3] Sadiku M, "Elementos de Electromagnetismo"